



Übungsblatt 07: Stabilisierbarkeit nichtlinearer Systeme Regelungstheorie, WS 12/13

Abgabe: Donnerstag, 29.11.2012, in der Vorlesung

1. Betrachtet werde ein C^1 -System Σ_1 mit

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x).\end{aligned}$$

Weiter sei $(0, 0)$ eine Ruhelage und $h(0) = 0$. Angenommen die Linearisierung Σ_* um $(0, 0)$ sei asymptotisch stabilisierbar und asymptotisch entdeckbar.

Zeigen Sie, dass Matrizen F, D, E existieren, so dass der Ursprung des Systems

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, Fz) \\ \dot{z} &= Dz + E h(x)\end{aligned}$$

lokal asymptotisch stabil ist.

(4 Punkte)

2. Wir betrachten das Modell eines starren Raumschiffes mit der Dynamik

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} w_2 w_3 + u_1 \\ w_1 w_3 + u_2 \\ w_1 w_2 + b u_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ \sin \theta \tan \phi & 1 & -\cos \theta \tan \phi \\ -\sin \theta \sec \phi & 0 & \cos \theta \sec \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Hierbei sind ϕ, θ, ψ Winkel und w_1, w_2, w_3 zugehörige Drehmomente. Weiter sei b eine gegebene Konstante. Zeigen Sie, dass für $b = 0$ kein stetiger 0-stabilisierender Regler existiert. Dies entspricht dem Fall, dass ein Triebwerk ausfällt.

Hinweis: Beweisen Sie, dass $(0, 0, s, 0, 0, 0) \notin \text{Im}(f)$ für beliebig kleine s .

(4 Punkte)

3. [**Zvi Artstein**]. Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= (-x_1^2 + x_2^2) u \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 x_2 u.\end{aligned}\tag{1}$$

(a) Zeigen Sie, dass Brocketts Bedingung für die Ruhelage 0 erfüllt ist.

(b) Finden Sie eine analytische Beschreibung der Lösungstrajektorien $\varphi(t, x_0, u)$ und untersuchen Sie deren Invarianzverhalten.

Hinweis: Für den Fall $x_0 = (x_0^1, x_0^2)$ mit $x_0^2 \neq 0$ betrachten Sie Kreise mit Mittelpunkt auf der x_2 -Achse, siehe Abbildung 1.

(c) Zeigen Sie, dass das System nicht mit einer stetigen Rückkopplung stabilisierbar ist.

Hinweis: Nehmen Sie an, es gebe eine solche Rückkopplung und führen Sie dies mit Hilfe des Zwischenwertsatzes zu einem Widerspruch.

(6 Punkte)

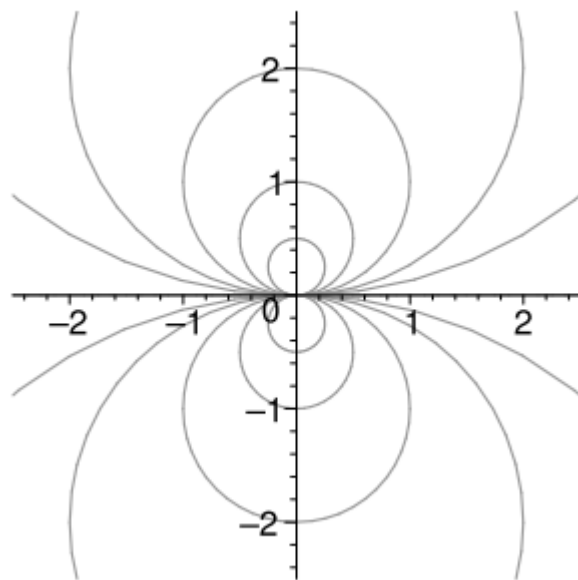


Abbildung 1: Einige Bahnkurven von (1)