Lehrstuhl für Mathematik II
Universität Würzburg
http://www2.mathematik.uni-wuerzburg.de

Prof. Dr. Fabian Wirth
Dr. Andrii Mironchenko

Würzburg, den 29.11.2012

Übungsblatt 08: Beobachtbarkeit und Dynamische Rückkopplung
Regelungstheorie, WS 12/13

Abgabe: Donnerstag, 06.12.2012, in dem Tutorium

Die Aufgabe 1 soll mithilfe Mathe-Software gelöst werden (Scilab, Matlab usw.) Geben Sie bitte unbedingt den Quellkode an.

1. Wir betrachten erneut das System aus Aufgabe 3 vom Übungsblatt 6. Die linearisierte Dynamik ist dabei gegeben durch

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{F}{M} & -\frac{m\,g}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{F}{lM} & \frac{g(m+M)}{lM} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{lM} \end{pmatrix} u, \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x.$$

Sei $M = m = F = g = l = 1$. Finden Sie eine dynamische Rückkopplung, die das System stabilisiert.

(3 Punkte)

2. Betrachten Sie das diskrete System

$$x(k+1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(k), \qquad y(k) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x(k).$$

   (a) Ist $x_1 = (3,2,2)^T$ erreichbar?
   (b) Bestimmen Sie alle erreichbaren Zustände.
   (c) Bestimmen Sie alle von 0 ununterscheidbaren Zustände.

(2 Punkte)

3. Angenommen $A_i \in \mathbb{K}^{n_i \times n_i}$ und $C_i \in \mathbb{K}^{p \times n_i}$ für $i = 1, 2$. Zeigen Sie

   (i) Falls das Ausgangspaar
$$\left(\begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, [C_1 \; C_2] \right). \tag{1}$$
   beobachtbar ist, dann sind die Ausgangspaare (A_1, C_1) und (A_2, C_2) beide auch beobachtbar.

   (ii) Angenommen es gilt $|\sigma(A_1)| \cap |\sigma(A_2)| = \emptyset$. Dann ist das Ausgangspaar (1) beobachtbar genau dann wenn die Ausgangspaare (A_1, C_1) und (A_2, C_2) beide beobachtbar sind.

(4 Punkte)