Lehrstuhl für Mathematik II
Universität Würzburg
http://www2.mathematik.uni-wuerzburg.de

Prof. Dr. Fabian Wirth
Dr. Andrii Mironchenko

Würzburg, den 06.12.2012

Übungsblatt 09: Transferfunktionen
Regelungstheorie, WS 12/13

Abgabe: Donnerstag, 13.12.2012, in der Vorlesung

Definition 0.1 *$\lambda \in Spec(A)$ heißt ein kontrollierbarer Eigenwert, falls rank$[\lambda I - A|B] = n$. Wenn das Gegenteil gilt, heißt λ ein unkontrollierbarer Eigenwert.*

Definition 0.2 *$\lambda \in Spec(A)$ heißt ein beobachtbarer Eigenwert, falls rank $\begin{bmatrix}\lambda I - A \\ C\end{bmatrix} = n$. Wenn das Gegenteil gilt, heißt λ ein unbeobachtbarer Eigenwert.*

1. Gegeben sei das folgende System

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} u, \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x.$$

   (a) Bestimmen Sie die unkontrollierbaren bzw. die nichtbeobachtbaren Eigenwerte.
   (b) Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems. Welche Gestalt hat die Transferfunktion?
   (c) Untersuchen Sie das System auf asymptotische Stabilität und Eingangs-Ausgangs Stabilität.

(4 Punkte)

2. Gegeben sei eine Folge $(G_j)_{j\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^{p\times m}$ von Markov-Parametern. Betrachten Sie die zu jeder Komponente gehörigen *Folgen*

$$G^{ij} := (G_1)_{ij}, (G_2)_{ij}, (G_3)_{ij}, \ldots$$

für $i = 1, \ldots, p$ und $j = 1, \ldots, m$. Zeigen Sie mit elementaren Methoden, dass für G genau dann eine Realisierung existiert, wenn es für jedes G^{ij} eine Realisierung gibt.

(4 Punkte)

3. Sei $G(s) \in \mathbb{R}(s) = \mathbb{R}^{1\times 1}(s)$. Betrachten Sie die beiden Folgen

$$\mathbb{N} = 1, 2, 3, \ldots \qquad F := 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots \quad \text{(Fibonacci-Zahlen)}.$$

   (a) Berechnen Sie den Rang der Hankel-Matrix
   (b) Berechnen Sie jeweils eine kanonische (kontrollierbare und beobachtbare) Realisierung.

(4 Punkte)