Lehrstuhl für Mathematik II
Universität Würzburg
http://www2.mathematik.uni-wuerzburg.de

Prof. Dr. Fabian Wirth
Dr. Andrii Mironchenko

Würzburg, den 13.12.2012

Übungsblatt 10: Realisierungstheorie
Regelungstheorie, WS 12/13

Abgabe: Donnerstag, 20.12.2012, in dem Tutorium

1. Betrachten Sie folgende Transferfunktion

$$G(s) = \frac{s^3}{4s^3 + 3s + 1}$$

und bestimmen Sie eine minimale Realisierung für G.

(4 Punkte)

2. Transformieren Sie das System

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

in die Kontrollierbarkeitsform $\dot{x} = \widetilde{A}x + \widetilde{B}u, \quad y = \widetilde{C}x$ mittels

(a) einer Ähnlichkeitstransformation.

(b) der Transferfunktion $G(s)$ und der Konstruktion aus der Vorlesung.

(4 Punkte)

3. Sei $\mathcal{A} = (G_k)_{k\in\mathbb{N}}$ eine Folge von Markov-Parametern und

$$W_{\mathcal{A}}(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{G_k}{s^k}$$

die zugehörige Laurentreihe. Eine solche Reihe heißt rational, wenn ein monisches Polynom q vom Grad n und eine Matrix

$$P(s) = P_0 + P_1 s + ... + P_h s^h \quad \in \mathbb{K}^{p\times m}[s]$$

existieren, so dass

$$q\, W_{\mathcal{A}} = P.$$

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{A}$ genau dann realisierbar ist, wenn $W_{\mathcal{A}}$ rational ist.
(**Hinweis:** Verwenden Sie, dass die Realisierbarkeit von $\mathcal{A}$ äquivalent zur Rekursivität von $\mathcal{A}$ ist.)

(b) Falls $m = 1$ oder $p = 1$ und $q\, W_{\mathcal{A}} = P$ mit einem monischen Polynom q vom Grad $\mathit{rang}\, \mathcal{A}$, so ist q das charakteristische Polynom der kanonischen Realisierung von $\mathcal{A}$.

(4 Punkte)