Lehrstuhl für Mathematik II
Universität Würzburg
http://www2.mathematik.uni-wuerzburg.de

Prof. Dr. Fabian Wirth
Dr. Andrii Mironchenko

Würzburg, den 10.01.2013

Übungsblatt 12: Stabilität und stabilisierende Regler
Regelungstheorie, WS 12/13

Abgabe: Donnerstag, 17.01.2013, in der Vorlesung

1. Für $a, b > 0$ sei durch
$$G(s) = \frac{b}{s+a}$$
eine asymptotisch stabile Transferfunktion gegeben. Diese wird durch ein Zustandsraumsystem
$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx$$
realisiert.

   Man weiß, z.B. aus Messungen, dass zum Eingang $u(t) = \sin t$ für einen geeigneten Anfangswert x_0 der zugehörige Zustandsausgang gegeben ist durch
$$y(t) = \sqrt{2}\,\sin(t - \frac{\pi}{4}).$$
Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b und den Anfangswert x_0.

   (4 Punkte)

2. Wir wissen, dass $f, g \in RH_\infty$ genau dann koprim sind, wenn $\exists \alpha, \beta \in RH_\infty$, so dass
$$\alpha f + \beta g = 1 \tag{1}$$
gilt.

   Sei eine Transferfunktion $w = \frac{f}{g}$ mit f, g - koprim gegeben und sei v ein stabilisierender Regler zu w. Zeigen Sie mithilfe der Youla-Parametrisierung, wie man die Koeffizienten α und β in (1) finden kann.

   (4 Punkte)

3. Sei wieder eine Transferfunktion $w = \frac{f}{g}$ mit f, g - koprim gegeben und sei $v = \frac{n}{d}$ ein stabilisierender Regler zu w. Durch W_{cl} bezeichnen wir die Transferfunktion der Rückkopplung (siehe Skript). Beweisen Sie, dass gilt
$$W_{cl} = \begin{pmatrix} gd & gn \\ fd & gd \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} fg & g^2 \\ f^2 & fg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g\beta & -\alpha g \\ f\beta & g\beta \end{pmatrix} := \mu W_1 + W_0. \tag{2}$$
Nun zeigen Sie, dass ein stabilisierender Regler für w existiert genau dann, wenn gilt
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -w & 1 \end{pmatrix} (W_{cl} - W_0) = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$
mit $a, b \in RH_\infty$ und $ag^2 = bfg$.

   (4 Punkte)